Interrogation écrite N 3 MM231

Soit f un endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans la base canonique $\mathscr{B}_0(\vec{i},\vec{j})$ est $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

1. Déterminer $\mathrm{K}er(f)$ et $\mathrm{I}m(f)$ puis montrer que $\mathbb{R}^2 = \mathrm{K}er(f) \oplus \mathrm{I}m(f)$
2. Montrer que f est un projecteur
3. en prenant une base $\mathscr{B}(\vec{e}_1,\vec{e}_2)$ adaptée à la décomposition précédente, donner la matrice de f dans cette nouvelle base d'abord sans utiliser la matrice, P, de passage de $\mathscr{B}_0$ à $\mathscr{B}$, puis en utilisant cette dernière pour vérifier le résultat.
4. Soit g la symétrie par rapport à $\mathrm{I}m(f)$ parallèlement à $\mathrm{K}er\, f$, exprimer g en fonction de f et de l'identité id, puis écrire la matrice de g dans la base canonique.